Nom :	***Devoir surveillé n°3***	***9 mai 2018***
Prénom :		*Usage de la calculatrice autorisé*

Toute réponse doit être justifiée.
Les copies doivent être soignées et les résultats doivent être mis en valeur

Exercice 1 **7 points**

Afin d'entretenir une forêt vieillissante, un organisme régional d'entretien des forêts décide d'abattre chaque année 5 % des arbres existants et de replanter 3000 arbres.
Le nombre d'arbres de cette forêt est modélisé par une suite notée u où u_n désigne le nombre d'arbres au cours de l'année $(2013+n)$.
En 2013, la forêt compte 50 000 arbres.

1)
- **a)** Déterminer le nombre d'arbres de la forêt en 2014.
- **b)** Montrer que la suite u est définie par $u_0=50000$ et pour tout entier naturel n par la relation $u_{n+1}=0,95u_n+3000$.

2) On considère la suite v définie pour tout entier naturel n par $v_n=60000-u_n$.
- **a)** Montrer que la suite v est une suite géométrique de raison 0,95.
  Déterminer son premier terme.
- **b)** Exprimer v_n en fonction de n.
- **c)** En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n=10000(6-0,95^n)$.
- **d)** Déterminer la limite de la suite u.
- **e)** Interpréter le résultat précédent.

3)
- **a)** Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $u_n \geqslant 57000$
- **b)** Interpréter ce résultat.

4)
- **a)** On souhaite écrire un algorithme affichant pour un entier naturel n donné, tous les termes de la suite du rang 0 au rang n. Parmi les trois algorithmes suivants, un seul convient. Préciser lequel.

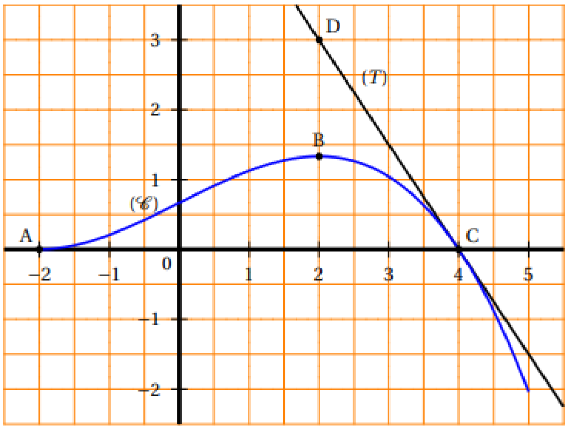
Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
Variables :	**Variables :**	**Variables :**
A, U, N sont des nombres	U, I, N sont des nombres	U, I, N sont des nombres
Début de l'algorithme :	**Début de l'algorithme :**	**Début de l'algorithme :**
Saisir la valeur de A	Saisir la valeur de N	Saisir la valeur de N
N prend la valeur 0	U prend la valeur 50 000	U prend la valeur 50 000
U prend la valeur 50 000	**Pour** I variant de 1 à N	**Pour** I variant de 1 à N
Tant que $U < A$	U prend la valeur $0,95U+3000$	Afficher U
N prend la valeur $N+1$	**Fin Pour**	U prend la valeur $0,95U+3000$
U prend la valeur $0,95U+3000$	Afficher U	**Fin Pour**
Fin tant que		Afficher U
Afficher N		
Fin algorithme	**Fin algorithme**	**Fin algorithme**

- **b)** Lorsque $A=57000$ l'algorithme 1 affiche 24. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Nom :	***Devoir surveillé n°3***	***9 mai 2018***
Prénom :		*Usage de la calculatrice autorisé*

Exercice 2 **8 points**

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2;5]$, croissante sur $[-2;2]$ et décroissante sur $[2;5]$.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
La courbe $(\mathscr{C})$ tracée ci-dessous représente la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormé ; elle passe par les points $A(-2;0)$; $B\left(2;\frac{4}{3}\right)$ et $C(4;0)$. Elle admet en chacun des points A et B une tangente parallèle à l'axe des abscisses et sa tangente (T) au point C passe par le point D(2 ; 3).



Pour chacune des quatre propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie. La justification peut reposer sur le graphique ou sur un calcul.

Proposition 1 : $f'(4)=-\frac{2}{3}$.
Proposition 2 : La fonction f est concave sur $[-2;2]$.
Proposition 3 : $f'(-2)=0$.
Proposition 4 : L'équation $f(x)=-1$ n'admet pas de solution sur $[-2;5]$.

Exercice 3 **5 points**

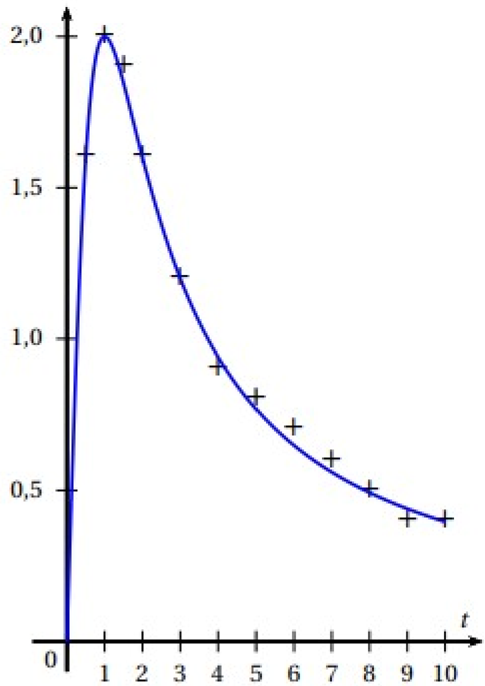
Les antibiotiques sont des molécules possédant la propriété de tuer des bactéries ou d'en limiter la propagation. Le tableau ci-dessous donne la concentration dans le sang en fonction du temps d'un antibiotique injecté en une seule prise à un patient.

Temps en heure	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Concentration en mg/l	1,6	2	1,9	1,6	1,2	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4

Ces données conduisent à la modélisation de la concentration en fonction du temps par la fonction g définie sur l'intervalle $[0;10]$ par

$$g(t)=\frac{4t}{t^2+1}.$$

Lorsque t représente le temps écoulé, en heures, depuis l'injection de l'antibiotique, $g(t)$ représente la concentration en mg/l de l'antibiotique.
Le graphique suivant représente les données du tableau et la courbe représentative de la fonction g.



1) Par lecture graphique donner sans justification :
- **a)** les variations de la fonction g sur $[0;10]$;
- **b)** la concentration maximale d'antibiotique lors des 10 premières heures ;
- **c)** l'intervalle de temps pendant lequel la concentration de l'antibiotique dans le sang est supérieure à 1,2 mg/l.

2)
- **a)** La fonction g est dérivable sur l'intervalle $[0;10]$ et sa dérivée est g'.
  Montrer que : $g'(t)=\frac{4(1-t^2)}{(t^2+1)^2}$.
- **b)** En utilisant l'expression de $g'(t)$, montrer que la concentration maximale serait, avec cette modélisation, atteinte exactement 1 heure après l'injection.