

Nom :	Devoir surveillé n°6	20 août 2018
Prénom :	Usage de la calculatrice autorisé	

Toute réponse doit être justifiée.
Les copies doivent être soignées et les résultats doivent être mis en valeur

Partie A: Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$f(x) = (x+8)e^{-0,5x}.$$

On note f' sa fonction dérivée et on admet que, pour tout x de $[0; +\infty[$, on a : $f'(x) = (-0,5x - 3)e^{-0,5x}$.

1. Étudier le sens de variation de la fonction f sur $[0; +\infty[$.
2. Démontrer que la fonction F définie sur $[0; +\infty[$ par $F(x) = (-2x - 20)e^{-0,5x}$ est une primitive de f sur ce même intervalle.
3. Calculer l'intégrale $I = \int_2^4 f(x) dx$; on donnera la valeur arrondie à 0,01 près.

Partie B : Applications économiques

La fonction de demande d'un produit informatique est modélisée par la fonction f étudiée dans la partie A.

Le nombre $f(x)$ représente la quantité demandée, exprimée en milliers d'objets, lorsque le prix unitaire est égal à x centaines d'euros.

1. Calculer le nombre d'objets demandés, à l'unité près, lorsque le prix unitaire est fixé à 200 euros.
2. En utilisant les résultats de la partie A, déterminer la demande moyenne à 10 objets près, lorsque le prix unitaire est compris entre 200 et 400 euros.
3. L'élasticité $E(x)$ de la demande par rapport au prix x est le pourcentage de variation de la demande pour une augmentation de 1 de x .

On admet qu'une bonne approximation de $E(x)$ est donnée par :

$$E(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \times x.$$

- a) Démontrer que $E(x) = \frac{-0,5x^2 - 3x}{x+8}$.
- b) Déterminer le signe de $E(x)$ sur $[0; +\infty[$ et interpréter ce résultat.
- c) Calculer le prix pour lequel l'élasticité est égale à $-3,5$.
- d) Comment évolue la demande lorsque le prix passe de 800 à 808 euros ?