Exercice 1

Déterminer les racines des polynômes :

$P(x) = -6\,x - x^2 - 8$ $Q(x) = 9 + x^2 + 6\,x$ $R(x) = -36 + 25\,x^2$

Exercice 2

Déterminer les racines des polynômes :

$P(x) = -32\,x + 64 + 4\,x^2$ $Q(x) = -4\,x^2 - 4$ $R(x) = 2\,x + 3 - x^2$

Exercice 3

Déterminer les racines des polynômes :

$P(x) = -8\,x + x^2 - 2$ $Q(x) = x^2 - 14\,x + 49$ $R(x) = -16 + 36\,x^2$

Exercice 4

Déterminer les racines des polynômes :

$P(x) = -25 + 49\,x^2$ $Q(x) = -126\,x + 49 + 81\,x^2$ $R(x) = -1 + x^2 - 14\,x$

Exercice 5

Factoriser les polynômes suivants :

►**1.** Factoriser $S(z) = 324z^2 - 400$ à l'aide d'une identité remarquable.
►**2.** $R(z) = z^2 - 6z + 8$
►**3.** $Q(z) = -11z^2 - 4z + 7$
►**4.** $Q(y) = -y^2 + 9y - 5$

Exercice 6

Factoriser les polynômes suivants :

►**1.** Factoriser $Q(t) = 810t^2 - 540t + 90$ à l'aide d'une identité remarquable.
►**2.** $R(y) = y^2 + 9y - 10$
►**3.** $R(y) = -10y^2 - 9y + 1$
►**4.** $Q(t) = -t^2 + 9t + 9$

Exercice 7

Factoriser les polynômes suivants :

►**1.** Factoriser $S(z) = 72z^2 - 48z + 8$ à l'aide d'une identité remarquable.
►**2.** $P(x) = x^2 - 10x + 21$
►**3.** $S(y) = 30y^2 - 17y + 2$
►**4.** $P(x) = -x^2 + x + 4$

Exercice 8

Factoriser les polynômes suivants :

►**1.** Factoriser $P(t) = 343t^2 - 28$ à l'aide d'une identité remarquable.
►**2.** $P(y) = y^2 + 11y + 24$
►**3.** $Q(z) = 2z^2 + 5z - 7$
►**4.** $P(t) = -t^2 + 7t + 3$

Corrigé de l'exercice 1

Déterminer les racines des polynômes :

$P(x) = -x^2 - 6\,x - 8$ On calcule le discriminant de $P(x)$ avec $a = -1$, $b = -6$ et $c = -8$:

$\Delta = (-6)^2 - 4 \times (-1) \times (-8)$

$\Delta = 36 - 32$

$\Delta = 4$

$x_1 = \dfrac{6 - \sqrt{4}}{2 \times (-1)}$

$x_1 = \dfrac{6 - 2}{-2}$

$x_1 = \dfrac{-2 \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}}$

$x_1 = -2$

$x_2 = \dfrac{6 + \sqrt{4}}{2 \times (-1)}$

$x_2 = \dfrac{6 + 2}{-2}$

$x_2 = \dfrac{-4 \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}}$

$x_2 = -4$

Les racines de $P(x)$ sont $\boxed{-2}$ et $\boxed{-4}$

$Q(x) = x^2 + 6\,x + 9$

$= x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$

$= (x + 3)^2$

L'unique racine de $Q(x)$ est $\boxed{-3}$

$R(x) = 25\,x^2 - 36$

$= \left(\sqrt{25}\,x\right)^2 - \left(\sqrt{36}\right)^2$

$= \left(\sqrt{25}\,x\sqrt{36}\right) \times \left(\sqrt{25}\,x - \left(\sqrt{36}\right)\right)$

$= (5\,x + 6) \times (5\,x - 6)$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{\dfrac{-6}{5}}$ et $\boxed{\dfrac{6}{5}}$

Corrigé de l'exercice 2

Déterminer les racines des polynômes :

$P(x) = 4\,x^2 - 32\,x + 64$

$= (2\,x)^2 - 2 \times 2\,x \times 8 + 8^2$

$= (2\,x - 8)^2$

L'unique racine de $P(x)$ est $\boxed{4}$

$Q(x) = -4\,x^2 - 4$

$Q(x) \leq -4$ car un carré est toujours positif.

$Q(x)$ n'a donc pas de racine.

$R(x) = -x^2 + 2\,x + 3$ On calcule le discriminant de $R(x)$ avec $a = -1$, $b = 2$ et $c = 3$:

$\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times 3$

$\Delta = 4 - (-12)$

$\Delta = 16$

$x_1 = \dfrac{-2 - \sqrt{16}}{2 \times (-1)}$

$x_1 = \dfrac{-2 - 4}{-2}$

$x_1 = \dfrac{3 \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}}$

$x_1 = 3$

$x_2 = \dfrac{-2 + \sqrt{16}}{2 \times (-1)}$

$x_2 = \dfrac{-2 + 4}{-2}$

$x_2 = \dfrac{-1 \times \cancel{(-2)}}{1 \times \cancel{(-2)}}$

$x_2 = -1$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{3}$ et $\boxed{-1}$

Corrigé de l'exercice 3

Déterminer les racines des polynômes :

$P(x) = x^2 - 8\,x - 2$ On calcule le discriminant de $P(x)$ avec $a = 1$, $b = -8$ et $c = -2$:

$\Delta = (-8)^2 - 4 \times 1 \times (-2)$
$\Delta = 64 - (-8)$
$\Delta = 72$

$x_1 = \dfrac{8 - \sqrt{72}}{2 \times 1}$
$x_1 = \dfrac{8 - \sqrt{36} \times \sqrt{2}}{2}$
$x_1 = \dfrac{\left(4 - 3\sqrt{2}\right) \times \cancel{2}}{1 \times \cancel{2}}$
$x_1 = 4 - 3\sqrt{2}$

$x_2 = \dfrac{8 + \sqrt{72}}{2 \times 1}$
$x_2 = \dfrac{8 + \sqrt{36} \times \sqrt{2}}{2}$
$x_2 = \dfrac{\left(4 + 3\sqrt{2}\right) \times \cancel{2}}{1 \times \cancel{2}}$
$x_2 = 4 + 3\sqrt{2}$

Les racines de $P(x)$ sont $\boxed{4 - 3\sqrt{2}}$ et $\boxed{4 + 3\sqrt{2}}$

$Q(x) = x^2 - 14x + 49$
$= x^2 - 2 \times x \times 7 + 7^2$
$= (x - 7)^2$

L'unique racine de $Q(x)$ est $\boxed{7}$

$R(x) = 36x^2 - 16$
$= \left(\sqrt{36}\,x\right)^2 - \left(\sqrt{16}\right)^2$
$= \left(\sqrt{36}\,x\sqrt{16}\right) \times \left(\sqrt{36}\,x - \left(\sqrt{16}\right)\right)$
$= (6x + 4) \times (6x - 4)$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{\dfrac{-2}{3}}$ et $\boxed{\dfrac{2}{3}}$

Corrigé de l'exercice 4

Déterminer les racines des polynômes :

$P(x) = 49x^2 - 25$
$= \left(\sqrt{49}\,x\right)^2 - \left(\sqrt{25}\right)^2$
$= \left(\sqrt{49}\,x\sqrt{25}\right) \times \left(\sqrt{49}\,x - \left(\sqrt{25}\right)\right)$
$= (7x + 5) \times (7x - 5)$

Les racines de $P(x)$ sont $\boxed{\dfrac{-5}{7}}$ et $\boxed{\dfrac{5}{7}}$

$Q(x) = 81x^2 - 126x + 49$
$= (9x)^2 - 2 \times 9x \times 7 + 7^2$
$= (9x - 7)^2$

L'unique racine de $Q(x)$ est $\boxed{\dfrac{7}{9}}$

$R(x) = x^2 - 14x - 1$ On calcule le discriminant de $R(x)$ avec $a = 1$, $b = -14$ et $c = -1$:

$\Delta = (-14)^2 - 4 \times 1 \times (-1)$
$\Delta = 196 - (-4)$
$\Delta = 200$

$x_1 = \dfrac{14 - \sqrt{200}}{2 \times 1}$
$x_1 = \dfrac{14 - \sqrt{100} \times \sqrt{2}}{2}$
$x_1 = \dfrac{\left(7 - 5\sqrt{2}\right) \times \cancel{2}}{1 \times \cancel{2}}$
$x_1 = 7 - 5\sqrt{2}$

$x_2 = \dfrac{14 + \sqrt{200}}{2 \times 1}$
$x_2 = \dfrac{14 + \sqrt{100} \times \sqrt{2}}{2}$
$x_2 = \dfrac{\left(7 + 5\sqrt{2}\right) \times \cancel{2}}{1 \times \cancel{2}}$
$x_2 = 7 + 5\sqrt{2}$

Les racines de $R(x)$ sont $\boxed{7 - 5\sqrt{2}}$ et $\boxed{7 + 5\sqrt{2}}$

Corrigé de l'exercice 5

►**1.** Factoriser $S(z) = 324z^2 - 400$

$$324z^2 - 400 = 4 \times \left[81z^2 - 100\right] = 4 \times \left[(9z)^2 - 10^2\right] = 4(9z + 10)(9z - 10)$$

►**2.** Factoriser $R(z) = z^2 - 6z + 8$
Je calcule $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 8 = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.

Comme $\Delta > 0$, $R(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-6)-\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{6-\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{6-2}{2}\\ &= \frac{4}{2}\\ &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-6)+\sqrt{4}}{2\times 1} &= \frac{6+\sqrt{4}}{2}\\ &= \frac{6+2}{2}\\ &= \frac{8}{2}\\ &= 4\end{aligned}$$

Les racines de R sont $z_1 = 2$ et $z_2 = 4$.
On peut donc écrire

$$R(z) = (z-2)(z-4)$$

►**3.** Factoriser $Q(z) = -11z^2 - 4z + 7$
Je calcule $\Delta = (-4)^2 - 4\times(-11)\times 7 = 324$ et $\sqrt{324} = 18$.
Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-4)+\sqrt{324}}{2\times(-11)} &= \frac{4+\sqrt{324}}{-22}\\ &= \frac{4+18}{-22}\\ &= \frac{22}{-22}\\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-4)-\sqrt{324}}{2\times(-11)} &= \frac{4-\sqrt{324}}{-22}\\ &= \frac{4-18}{-22}\\ &= \frac{-14}{-22}\\ &= \frac{7_{\times(-2)}}{11_{\times(-2)}}\\ &= \frac{7}{11}\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = -1$ et $x_2 = \dfrac{7}{11}$.
On peut donc écrire

$$Q(x) = -11\times(x-(-1))\left(x-\frac{7}{11}\right) = -11\times(x+1)\left(x-\frac{7}{11}\right)$$

►**4.** Factoriser $Q(y) = -y^2 + 9y - 5$
Je calcule $\Delta = 9^2 - 4\times(-1)\times(-5) = 61$.
Comme $\Delta > 0$, $Q(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-9+\sqrt{61}}{2\times(-1)} &= \frac{-9+\sqrt{61}}{-2}\\ &= \frac{9_{\times(-1)} - 1_{\times(-1)}\sqrt{61}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{9-\sqrt{61}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-9-\sqrt{61}}{2\times(-1)} &= \frac{-9-\sqrt{61}}{-2}\\ &= \frac{9_{\times(-1)} + 1_{\times(-1)}\sqrt{61}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{9+\sqrt{61}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $y_1 = \dfrac{9-\sqrt{61}}{2}$ et $y_2 = \dfrac{9+\sqrt{61}}{2}$.
On peut donc écrire

$$Q(y) = -1\times\left(y-\frac{9-\sqrt{61}}{2}\right)\left(y-\frac{9+\sqrt{61}}{2}\right)$$

Corrigé de l'exercice 6

▶**1.** Factoriser $Q(t)=810t^2-540t+90$

$$810t^2-540t+90=90\times\left[9t^2-6t+1\right]=90\times\left[(3t)^2+2\times 3t\times 1+1^2\right]=90(3t+1)^2$$

▶**2.** Factoriser $R(y)=y^2+9y-10$
Je calcule $\Delta=9^2-4\times 1\times(-10)=121$ et $\sqrt{121}=11$.
Comme $\Delta>0$, $R(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-9-\sqrt{121}}{2\times 1}&=\frac{-9-\sqrt{121}}{2}\\&=\frac{-9-11}{2}\\&=\frac{-20}{2}\\&=-10\end{aligned}\qquad\qquad\begin{aligned}\frac{-9+\sqrt{121}}{2\times 1}&=\frac{-9+\sqrt{121}}{2}\\&=\frac{-9+11}{2}\\&=\frac{2}{2}\\&=1\end{aligned}$$

Les racines de R sont $y_1=-10$ et $y_2=1$.
On peut donc écrire

$$R(y)=(y-(-10))\,(y-1)=(y+10)\,(y-1)$$

▶**3.** Factoriser $R(y)=-10y^2-9y+1$
Je calcule $\Delta=(-9)^2-4\times(-10)\times 1=121$ et $\sqrt{121}=11$.
Comme $\Delta>0$, $R(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-9)+\sqrt{121}}{2\times(-10)}&=\frac{9+\sqrt{121}}{-20}\\&=\frac{9+11}{-20}\\&=\frac{20}{-20}\\&=-1\end{aligned}\qquad\qquad\begin{aligned}\frac{-(-9)-\sqrt{121}}{2\times(-10)}&=\frac{9-\sqrt{121}}{-20}\\&=\frac{9-11}{-20}\\&=\frac{-2}{-20}\\&=\frac{1_{\times(-2)}}{10_{\times(-2)}}\\&=\frac{1}{10}\end{aligned}$$

Les racines de R sont $x_1=-1$ et $x_2=\dfrac{1}{10}$.
On peut donc écrire

$$R(x)=-10\times(x-(-1))\left(x-\frac{1}{10}\right)=-10\times(x+1)\left(x-\frac{1}{10}\right)$$

▶**4.** Factoriser $Q(t)=-t^2+9t+9$
Je calcule $\Delta=9^2-4\times(-1)\times 9=117$ et $\sqrt{117}=3\sqrt{13}$.
Comme $\Delta>0$, $Q(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-9+\sqrt{117}}{2\times(-1)}&=\frac{-9+\sqrt{117}}{-2}\\&=\frac{-9+3\sqrt{13}}{-2}\\&=\frac{9_{\times(-1)}-3_{\times(-1)}\sqrt{13}}{2_{\times(-1)}}\\&=\frac{9-3\sqrt{13}}{2}\end{aligned}\qquad\qquad\begin{aligned}\frac{-9-\sqrt{117}}{2\times(-1)}&=\frac{-9-\sqrt{117}}{-2}\\&=\frac{-9-3\sqrt{13}}{-2}\\&=\frac{9_{\times(-1)}+3_{\times(-1)}\sqrt{13}}{2_{\times(-1)}}\\&=\frac{9+3\sqrt{13}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $t_1 = \dfrac{9-3\sqrt{13}}{2}$ et $t_2 = \dfrac{9+3\sqrt{13}}{2}$.
On peut donc écrire

$$Q(t) = -1 \times \left(t - \frac{9-3\sqrt{13}}{2}\right)\left(t - \frac{9+3\sqrt{13}}{2}\right)$$

Corrigé de l'exercice 7

►1. Factoriser $S(z) = 72z^2 - 48z + 8$

$$72z^2 - 48z + 8 = 8 \times \left[9z^2 - 6z + 1\right] = 8 \times \left[(3z)^2 - 2 \times 3z \times 1 + 1^2\right] = 8(3z-1)^2$$

►2. Factoriser $P(x) = x^2 - 10x + 21$
Je calcule $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 21 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-10)-\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{10-\sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{10-4}{2} \\ &= \frac{6}{2} \\ &= 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-10)+\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{10+\sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{10+4}{2} \\ &= \frac{14}{2} \\ &= 7\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 3$ et $x_2 = 7$.
On peut donc écrire

$$P(x) = (x-3)(x-7)$$

►3. Factoriser $S(y) = 30y^2 - 17y + 2$
Je calcule $\Delta = (-17)^2 - 4 \times 30 \times 2 = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.
Comme $\Delta > 0$, $S(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-17)-\sqrt{49}}{2\times 30} &= \frac{17-\sqrt{49}}{60} \\ &= \frac{17-7}{60} \\ &= \frac{10}{60} \\ &= \frac{1_{\times 10}}{6_{\times 10}} \\ &= \frac{1}{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-17)+\sqrt{49}}{2\times 30} &= \frac{17+\sqrt{49}}{60} \\ &= \frac{17+7}{60} \\ &= \frac{24}{60} \\ &= \frac{2_{\times 12}}{5_{\times 12}} \\ &= \frac{2}{5}\end{aligned}$$

Les racines de S sont $x_1 = \dfrac{1}{6}$ et $x_2 = \dfrac{2}{5}$.
On peut donc écrire

$$S(x) = 30 \times \left(x - \frac{1}{6}\right)\left(x - \frac{2}{5}\right)$$

►4. Factoriser $P(x) = -x^2 + x + 4$
Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) \times 4 = 17$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-1+\sqrt{17}}{2\times(-1)} &= \frac{-1+\sqrt{17}}{-2} \\ &= \frac{1_{\times(-1)} - 1_{\times(-1)}\sqrt{17}}{2_{\times(-1)}} \\ &= \frac{1-\sqrt{17}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-1-\sqrt{17}}{2\times(-1)} &= \frac{-1-\sqrt{17}}{-2} \\ &= \frac{1_{\times(-1)} + 1_{\times(-1)}\sqrt{17}}{2_{\times(-1)}} \\ &= \frac{1+\sqrt{17}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{1-\sqrt{17}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{1+\sqrt{17}}{2}$.
On peut donc écrire

$$P(x) = -1 \times \left(x - \frac{1-\sqrt{17}}{2}\right)\left(x - \frac{1+\sqrt{17}}{2}\right)$$

Corrigé de l'exercice 8

►**1.** Factoriser $P(t) = 343t^2 - 28$

$$343t^2 - 28 = 7 \times \left[49t^2 - 4\right] = 7 \times \left[(7t)^2 - 2^2\right] = 7(7t+2)(7t-2)$$

►**2.** Factoriser $P(y) = y^2 + 11y + 24$
Je calcule $\Delta = 11^2 - 4 \times 1 \times 24 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-11-\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{-11-\sqrt{25}}{2}\\ &= \frac{-11-5}{2}\\ &= \frac{-16}{2}\\ &= -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-11+\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{-11+\sqrt{25}}{2}\\ &= \frac{-11+5}{2}\\ &= \frac{-6}{2}\\ &= -3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -8$ et $y_2 = -3$.
On peut donc écrire

$$P(y) = (y-(-8))\,(y-(-3)) = (y+8)\,(y+3)$$

►**3.** Factoriser $Q(z) = 2z^2 + 5z - 7$
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times 2 \times (-7) = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $Q(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5-\sqrt{81}}{2\times 2} &= \frac{-5-\sqrt{81}}{4}\\ &= \frac{-5-9}{4}\\ &= \frac{-14}{4}\\ &= \frac{-7_{\times 2}}{2_{\times 2}}\\ &= \frac{-7}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-5+\sqrt{81}}{2\times 2} &= \frac{-5+\sqrt{81}}{4}\\ &= \frac{-5+9}{4}\\ &= \frac{4}{4}\\ &= 1\end{aligned}$$

Les racines de Q sont $x_1 = \dfrac{-7}{2}$ et $x_2 = 1$.
On peut donc écrire

$$Q(x) = 2 \times \left(x - \left(-\frac{7}{2}\right)\right)(x-1) = 2 \times \left(x + \frac{7}{2}\right)(x-1)$$

►**4.** Factoriser $P(t) = -t^2 + 7t + 3$
Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times (-1) \times 3 = 61$.
Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-7+\sqrt{61}}{2\times(-1)} &= \frac{-7+\sqrt{61}}{-2}\\ &= \frac{7_{\times(-1)} - 1_{\times(-1)}\sqrt{61}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{7-\sqrt{61}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-7-\sqrt{61}}{2\times(-1)} &= \frac{-7-\sqrt{61}}{-2}\\ &= \frac{7_{\times(-1)} + 1_{\times(-1)}\sqrt{61}}{2_{\times(-1)}}\\ &= \frac{7+\sqrt{61}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = \dfrac{7-\sqrt{61}}{2}$ et $t_2 = \dfrac{7+\sqrt{61}}{2}$.
On peut donc écrire

$$P(t) = -1 \times \left(t - \frac{7-\sqrt{61}}{2}\right)\left(t - \frac{7+\sqrt{61}}{2}\right)$$