Exercice 1

►**1.** Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants, et préciser quand il s'agit d'un nombre premier :
197 ; 60 ; 119 ; 147 ; 943 ;

►**2.** En déduire le PGCD et le PPCM des nombres 147 et 119.

►**3.** Quel est le plus petit nombre par lequel il faut multiplier 943 pour obtenir un carré parfait ?

►**4.** Rendre la fraction $\frac{147}{119}$ irréductible.

►**5.** Calculer $\frac{49}{147} + \frac{7}{119}$.

Exercice 2

►**1.** Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants, et préciser quand il s'agit d'un nombre premier :
42 ; 869 ; 150 ; 695 ; 113 ;

►**2.** En déduire le PGCD et le PPCM des nombres 150 et 42.

►**3.** Quel est le plus petit nombre par lequel il faut multiplier 695 pour obtenir un carré parfait ?

►**4.** Rendre la fraction $\frac{150}{42}$ irréductible.

►**5.** Calculer $\frac{47}{150} + \frac{22}{42}$.

Exercice 3

►**1.** Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants, et préciser quand il s'agit d'un nombre premier :
236 ; 912 ; 2 812 ; 774 ; 433 ;

►**2.** En déduire le PGCD et le PPCM des nombres 2 812 et 912.

►**3.** Quel est le plus petit nombre par lequel il faut multiplier 236 pour obtenir un carré parfait ?

►**4.** Rendre la fraction $\frac{2\,812}{912}$ irréductible.

►**5.** Calculer $\frac{27}{2\,812} + \frac{7}{912}$.

Exercice 4

►**1.** Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants, et préciser quand il s'agit d'un nombre premier :
150 ; 84 ; 227 ; 226 ; 38 ;

►**2.** En déduire le PGCD et le PPCM des nombres 38 et 84.

►**3.** Quel est le plus petit nombre par lequel il faut multiplier 150 pour obtenir un carré parfait ?

►**4.** Rendre la fraction $\frac{38}{84}$ irréductible.

►**5.** Calculer $\frac{45}{38} + \frac{48}{84}$.

Corrigé de l'exercice 1

▶**1.** Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants, et préciser quand il s'agit d'un nombre premier :

197 est un nombre premier.

$$\begin{aligned}60 &= 2\times 30\\ &= 2\times 2\times 15\\ &= 2\times 2\times 3\times 5\end{aligned}$$

$119 = 7\times 17$

$$\begin{aligned}147 &= 3\times 49\\ &= 3\times 7\times 7\end{aligned}$$

$943 = 23\times 41$

▶**2.** En déduire le PGCD et le PPCM des nombres 147 et 119.

D'après la question 1), on sait que les nombres 147 et 119 ont comme facteurs premiers communs : 7.

On en déduit que le PGCD des nombres 147 et 119 est : 7.

Il existe plusieurs méthodes pour calculer le PPCM de 147 et de 119.

En voici deux :

a) On peut simplement utiliser la formule : $a\times b = PGCD(a;\ b)\times PPCM(a;\ b)$.
Donc : $PPCM(147;\ 119) = \dfrac{147\times 119}{7} = 2\,499$.

b) On peut aussi multiplier un nombre par les "facteurs complémentaires" de l'autre. Ces "facteurs complémentaires" sont les facteurs qui complètent le PGCD pour former le nombre.
Comme $PGCD(147;\ 119) = 7$, alors les "facteurs complémentaires" de $147 = 3\times 7\times 7$ sont : 3 , 7. On en déduit que $PPCM(147;\ 119) = 119\times 3\times 7 = 2\,499$.

▶**3.** Pour obtenir un carré parfait, il faut que sa décomposition en facteurs premiers ne contienne que des facteurs apparaissant un nombre pair de fois. D'après la question 1, la décomposition en facteurs premiers de 943 est :

$943 = 23\times 41$.

Il faut donc encore multiplier ce nombre par les facteurs 23 et 41.

Le nombre cherché est par conséquent 943 et le carré parfait obtenu est $889\,249$.

▶**4.** Le moyen le plus rapide de simplifier cette fraction estde diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD. D'après la question 2), PGCD(147 ; 119) = 7, donc on obtient :
$\dfrac{147{\scriptstyle\div 7}}{119{\scriptstyle\div 7}} = \dfrac{21}{17}$.

▶**5.** Il faut mettre les fractions au même dénominateur. Grâceà la question 2), nous avons déjà un dénominateur commun : le PPCM des nombres 147 et 119, qui est par définition le plus petitmultiple commun de ces deux nombres.
$\dfrac{49{\scriptstyle\times 17}}{147{\scriptstyle\times 17}} + \dfrac{7{\scriptstyle\times 21}}{119{\scriptstyle\times 21}} = \dfrac{833}{2\,499} + \dfrac{147}{2\,499} = \dfrac{980{\scriptstyle\div 49}}{2\,499{\scriptstyle\div 49}} = \dfrac{20}{51}$.

Corrigé de l'exercice 2

▶**1.** Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants, et préciser quand il s'agit d'un nombre premier :

$$\begin{aligned}42 &= 2\times 21\\ &= 2\times 3\times 7\end{aligned}$$

$869 = 11\times 79$

$150 = 2 \times 75$
$= 2 \times 3 \times 25$
$= 2 \times 3 \times 5 \times 5$

$695 = 5 \times 139$

113 est un nombre premier.

►**2.** En déduire le PGCD et le PPCM des nombres 150 et 42.
D'après la question 1), on sait que les nombres 150 et 42 ont comme facteurs premiers communs : $2, 3$.
On en déduit que le PGCD des nombres 150 et 42 est : $2 \times 3 = 6$.
Il existe plusieurs méthodes pour calculer le PPCM de 150 et de 42.
En voici deux :

a) On peut simplement utiliser la formule : $a \times b = PGCD(a;\ b) \times PPCM(a;\ b)$.
Donc : $PPCM(150;\ 42) = \dfrac{150 \times 42}{6} = 1\,050$.

b) On peut aussi multiplier un nombre par les "facteurs complémentaires" de l'autre. Ces "facteurs complémentaires" sont les facteurs qui complètent le PGCD pour former le nombre.
Comme $PGCD(150;\ 42) = 6 = 2 \times 3$, alors les "facteurs complémentaires" de $150 = 2 \times 3 \times 5 \times 5$ sont : 5 , 5. On en déduit que $PPCM(150;\ 42) = 42 \times 5 \times 5 = 1\,050$.

►**3.** Pour obtenir un carré parfait, il faut que sa décomposition en facteurs premiers ne contienne que des facteurs apparaissant un nombre pair de fois. D'après la question 1, la décomposition en facteurs premiers de 695 est :
$695 = 5 \times 139$.
Il faut donc encore multiplier ce nombre par les facteurs 5 et 139.
Le nombre cherché est par conséquent 695 et le carré parfait obtenu est $483\,025$.

►**4.** Le moyen le plus rapide de simplifier cette fraction estde diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD. D'après la question 2), PGCD(150 ; 42) = 6, donc on obtient :
$\dfrac{150{\scriptstyle\div 6}}{42{\scriptstyle\div 6}} = \dfrac{25}{7}$.

►**5.** Il faut mettre les fractions au même dénominateur. Grâceà la question 2), nous avons déjà un dénominateur commun : le PPCM des nombres 150 et 42, qui est par définition le plus petitmultiple commun de ces deux nombres.
$\dfrac{47{\scriptstyle\times 7}}{150{\scriptstyle\times 7}} + \dfrac{22{\scriptstyle\times 25}}{42{\scriptstyle\times 25}} = \dfrac{329}{1\,050} + \dfrac{550}{1\,050} = \dfrac{879{\scriptstyle\div 3}}{1\,050{\scriptstyle\div 3}} = \dfrac{293}{350}$.

Corrigé de l'exercice 3

►**1.** Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants, et préciser quand il s'agit d'un nombre premier :

$236 = 2 \times 118$
$= 2 \times 2 \times 59$

$912 = 2 \times 456$
$= 2 \times 2 \times 228$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 114$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 57$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 19$

$2812 = 2 \times 1406$
$= 2 \times 2 \times 703$
$= 2 \times 2 \times 19 \times 37$

$774 = 2 \times 387$
$= 2 \times 3 \times 129$
$= 2 \times 3 \times 3 \times 43$

433 est un nombre premier.

►**2.** En déduire le PGCD et le PPCM des nombres 2 812 et 912.

D'après la question 1), on sait que les nombres 2 812 et 912 ont comme facteurs premiers communs : $2, 2, 19$.

On en déduit que le PGCD des nombres 2 812 et 912 est : $2 \times 2 \times 19 = 76$.

Il existe plusieurs méthodes pour calculer le PPCM de 2 812 et de 912.

En voici deux :

a) On peut simplement utiliser la formule : $a \times b = PGCD(a;\ b) \times PPCM(a;\ b)$.

Donc : $PPCM(2\,812;\ 912) = \dfrac{2\,812 \times 912}{76} = 33\,744$.

b) On peut aussi multiplier un nombre par les "facteurs complémentaires" de l'autre. Ces "facteurs complémentaires" sont les facteurs qui complètent le PGCD pour former le nombre.

Comme $PGCD(2\,812;\ 912) = 76 = 2 \times 2 \times 19$, alors les "facteurs complémentaires" de $2\,812 = 2 \times 2 \times 19 \times 37$ est : 37. On en déduit que $PPCM(2\,812;\ 912) = 912 \times 37 = 33\,744$.

►**3.** Pour obtenir un carré parfait, il faut que sa décomposition en facteurs premiers ne contienne que des facteurs apparaissant un nombre pair de fois. D'après la question 1, la décomposition en facteurs premiers de 236 est :

$236 = 2 \times 2 \times 59$.

Il faut donc encore multiplier ce nombre par le facteur 59.

Le nombre cherché est par conséquent 59 et le carré parfait obtenu est 13 924.

►**4.** Le moyen le plus rapide de simplifier cette fraction estde diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD. D'après la question 2), PGCD(2 812 ; 912) = 76, donc on obtient :

$\dfrac{2\,812_{\div 76}}{912_{\div 76}} = \dfrac{37}{12}$.

►**5.** Il faut mettre les fractions au même dénominateur. Grâceà la question 2), nous avons déjà un dénominateur commun : le PPCM des nombres 2 812 et 912, qui est par définition le plus petitmultiple commun de ces deux nombres.

$\dfrac{27_{\times 12}}{2\,812_{\times 12}} + \dfrac{7_{\times 37}}{912_{\times 37}} = \dfrac{324}{33\,744} + \dfrac{259}{33\,744} = \dfrac{583}{33\,744}$.

Corrigé de l'exercice 4

►**1.** Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants, et préciser quand il s'agit d'un nombre premier :

$$\begin{aligned} 150 &= 2 \times 75 \\ &= 2 \times 3 \times 25 \\ &= 2 \times 3 \times 5 \times 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 84 &= 2 \times 42 \\ &= 2 \times 2 \times 21 \\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 7 \end{aligned}$$

227 est un nombre premier.

$226 = 2 \times 113$

$38 = 2 \times 19$

►**2.** En déduire le PGCD et le PPCM des nombres 38 et 84.

D'après la question 1), on sait que les nombres 38 et 84 ont comme facteurs premiers communs : 2.

On en déduit que le PGCD des nombres 38 et 84 est : 2.

Il existe plusieurs méthodes pour calculer le PPCM de 38 et de 84.

En voici deux :

a) On peut simplement utiliser la formule : $a \times b = PGCD(a;\ b) \times PPCM(a;\ b)$.
Donc : $PPCM(38;\ 84) = \dfrac{38 \times 84}{2} = 1\,596$.

b) On peut aussi multiplier un nombre par les "facteurs complémentaires" de l'autre. Ces "facteurs complémentaires" sont les facteurs qui complètent le PGCD pour former le nombre.
Comme $PGCD(38;\ 84) = 2$, alors les "facteurs complémentaires" de $38 = 2 \times 19$ est : 19. On en déduit que $PPCM(38;\ 84) = 84 \times 19 = 1\,596$.

►**3.** Pour obtenir un carré parfait, il faut que sa décomposition en facteurs premiers ne contienne que des facteurs apparaissant un nombre pair de fois. D'après la question 1, la décomposition en facteurs premiers de 150 est :

$150 = 2 \times 3 \times 5 \times 5$.

Il faut donc encore multiplier ce nombre par les facteurs 2 et 3.

Le nombre cherché est par conséquent 6 et le carré parfait obtenu est 900.

►**4.** Le moyen le plus rapide de simplifier cette fraction estde diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD. D'après la question 2), PGCD(38 ; 84) = 2, donc on obtient :
$\frac{38 \div 2}{84 \div 2} = \frac{19}{42}$.

►**5.** Il faut mettre les fractions au même dénominateur. Grâceà la question 2), nous avons déjà un dénominateur commun : le PPCM des nombres 38 et 84, qui est par définition le plus petitmultiple commun de ces deux nombres.
$\frac{45 \times 42}{38 \times 42} + \frac{48 \times 19}{84 \times 19} = \frac{1\,890}{1\,596} + \frac{912}{1\,596} = \frac{2\,802 \div 6}{1\,596 \div 6} = \frac{467}{266}$.