Nom :	*Devoir surveillé n°1 - Corrigé*	*1ES - 2017*
Prénom :		

Exercice 1 – Calcul algébrique ***(4 points)***

1. Développer, réduire et ordonner l'expression : $\mathrm{A}=x-3(x+4)+2x(x-1)$.

2. Développer, réduire et ordonner l'expression : $\mathrm{B}=(t-2)(t+2)-(2t-1)^2$

3. Factoriser au maximum l'expression : $\mathrm{C}=2x(x-3)-x^2(x-3)$

4. Réduire au même dénominateur (en précisant les valeurs interdites) puis factoriser si possible : $\mathrm{D}=\frac{1}{x}-\frac{5x+2}{x+1}+1$.

---

1. On développe :

$\mathrm{A}=x-3(x+4)+2x(x-1)$

$=2x^2+x-3x-2x-12$

$=2x^2-4x-12$

2. On développe:

$\mathrm{B}=(t-2)(t+2)-(2t-1)^2$

$=t^2-4-(4t^2-4t+1)$

$=t^2-4-4t^2+4t-1$

$=t^2-4t^2+4t-4-1$

$=-3t^2+4t-5$

3. On factorise:

$\mathrm{C}=2x(x-3)-x^2(x-3)$

$=x(x-3)(2-x)$

4. On factorise :

$\mathrm{D}=\frac{1}{x}-\frac{5x+2}{x+1}+1$

$\mathrm{D}=\frac{1(x+1)}{x(x+1)}-\frac{x(5x+2)}{x(x+1)}+\frac{x(x+1)}{x(x+1)}$

$\mathrm{D}=\frac{(x+1)-x(5x+2)+x(x+1)}{x(x+1)}$

$\mathrm{D}=\frac{x+1-5x^2-2x+x^2+x}{x(x+1)}$

$\mathrm{D}=\frac{-5x^2+x^2+x-2x+x+1}{x(x+1)}$

$\mathrm{D}=\frac{1-4x^2}{x(x+1)}$

$\mathrm{D}=\frac{(1-2x)(1+2x)}{x(x+1)}$

Les valeurs interdites sont $x=0$ et $x=-1$.

Exercice 2 – Forme canonique ***(4,5 points)***

Écrire chaque polynôme sous sa forme canonique : $f(x)=x^2-4x+3$; $g(x)=-x^2+3x-1$; $h(x)=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x-2$.

<u>On détermine la forme canonique de *f*.</u>

On reconnaît le début du développement de l'identité remarquable : $(x-2)^2=x^2-4x+4$.

Alors, la forme canonique de *f* est : $f(x)=(x-2)^2-1$.

<u>On détermine la forme canonique de *g*.</u>

$g(x)=-(x^2-3x+1)$.

On reconnaît le début du développement de l'identité remarquable : $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=x^2-3x+\frac{9}{4}$.

Alors la forme canonique de g est : $g(x)=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{5}{4}$.

<u>On détermine la forme canonique de *h*.</u>

On résout l'équation $h(x)=h(0)$.

$h(x)=-2$

$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x=0$

$\Leftrightarrow x\left(\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}\right)=0$

$\Leftrightarrow x=0$ ou $x=2$

On calcule $\frac{0+2}{2}=1$, puis $h(1)=-\frac{9}{4}$.

Alors la forme canonique de *h* est $h(x)=\frac{1}{4}(x-1)^2-\frac{9}{4}$.

Nom :	*Devoir surveillé n°1 - Corrigé*	*1ES - 2017*
Prénom :		

Exercice 3 – Variations ***(3,5 points)***

Donner le tableau de variations de chaque fonction sur son ensemble de définition.

1. $f(x)=2(x+3)^2-\frac{1}{2}$ *définie sur [-4;10].*

2. $g(x)=-\frac{1}{2}(x-2)^2-5$ *définie sur [-5;7].*

---

1. On étudie les variations de *f*.
Le coefficient 2 est positif.
La fonction *f* admet un minimum de $-\frac{1}{2}$ en -3.
On calcule les maxima locaux : $f(-4)=\frac{3}{2}$ et $f(10)=337{,}5$.
D'où le tableau de variations :

x	-4		-3		10
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	↘	$-\frac{1}{2}$	↗	$337{,}5$

2. On étudie les variations de *g*.
Le coefficient $-\frac{1}{2}$ est négatif.
La fonction *g* admet un maximum de -5 en 2.
On calcule les minima locaux : $g(-5)=-29{,}5$ et $g(7)=-17{,}5$.
D'où le tableau de variations :

x	-5		2		7
$f(x)$	$-29{,}5$	↗	-5	↘	$-17{,}5$

Exercice 4 – Résolution d'équations ***(4 points)***

Résoudre les équations suivantes.

1. $(2x-3)(4-x)=x^2-4$

2. $(x-3)(7-x)=5$

---

1. On réduit l'équation :
$(2x-3)(4-x)=x^2-4$
$8x-2x^2-12+3x=x^2-4$
$0=3x^2-11x+8$

On calcule $\Delta=(-11)^2-4\times3\times8=121-96=25$.
Les solutions sont : $x_1=\frac{11-5}{6}=1$ et $x_2=\frac{11+5}{6}=\frac{8}{3}$.
$S=\left\{1;\frac{8}{3}\right\}$.

2. On réduit l'équation :
$(x-3)(7-x)=5$
$7x-x^2-21+3x=5$
$0=x^2-10x+26$

On calcule $\Delta=(-10)^2-4\times26=100-104=-4$.

Il n'y a pas de solution.

$S=\emptyset$.

Nom :	*Devoir surveillé n°1 - Corrigé*	*1ES - 2017*
Prénom :		

Exercice 5 – Résolution de problème *(4 points)*

Dans une entreprise, les coûts de fabrication de q objets sont donnés, en €, par $\mathrm{C}(q)=0{,}1q^2+10q+1500$.
L'entreprise vend chaque objet à 87€.

1. Déterminer la valeur de q pour que les coûts de fabrication soient égaux à 1610€.

On considère la fonction : $\mathrm{B}(q)=-0{,}1q^2+77q-1500$.

2. Démontrer que la fonction qui, à tout nombre q entier positif, associe le bénéfice associé est $\mathrm{B}(q)$ *.*

3. Pour quelles valeurs de q le bénéfice est-il nul?

4. Pour quelle valeur de q le bénéfice est-il maximum? Quel est le bénéfice maximum?

---

1. On résout : $\mathrm{C}(q)=1610$.
$\Leftrightarrow 0{,}1q^2+10q+1500=1610$
$\Leftrightarrow 0{,}1q^2+10q-110=0$

On calcule $\Delta=10^2-4\times0{,}1\times(-110)=144$.
Les racines sont $x_1=\dfrac{-10-12}{0{,}2}=-110$ et $x_2=\dfrac{-10+12}{0{,}2}=10$.

Puisqu'on ne peut pas fabriquer un nombre négatif d'objets, il faut fabriquer 10 objets pour que les coûts de fabrication soient 1610€.

2. Pour calculer le bénéfice, on soustrait les coûts de fabrication aux recettes.

Alors, le bénéfice est de $87q-\mathrm{C}(q)=\mathrm{B}(q)$.

3. On résout : $\mathrm{B}(q)=0$.
$\Leftrightarrow -0{,}1q^2+77q-1500=0$

On calcule $\Delta=77^2-4\times(-0{,}1)\times(-1500)=5329$
Les racines sont $x_1=-\dfrac{-77-73}{0{,}2}=750$ et $x_2=-\dfrac{-77+73}{0{,}2}=20$.

Le bénéfice est nul si on fabrique 20 objets ou 750 objets.

4. On cherche la forme canonique de $\mathrm{B}(q)$.
On calcule $\dfrac{20+750}{2}=\dfrac{770}{2}=385$ et $\mathrm{B}(385)=13\ 322{,}5$.

Le bénéfice maximum peut être réalisé si on fabrique 385 objets. Le bénéfice est alors de 13 322,50€.